Complementi di Analisi Matematica I – Compito del 1/12/04 (Tarantello)
Compito A

Primo Esercizio Sia data la funzione $\dfrac{2-2i}{z^2-2z(1+i)+4i}$

Scrivere lo sviluppo in serie di Laurent di $f(z)$ nell'intorno delle sue singolarità e stabilire l'insieme di convergenza.

Secondo Esercizio Si calcoli l'integrale $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(4(x-1)^2+1)^2}$

Terzo Esercizio 1) Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y^{''}+4y=\delta(t-1) \\ y(0)=0=y'(0) \end{cases}$

2) Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y^{''}+2y=\delta(t-2) \\ y(0)=1, \quad y'(0)=0 \end{cases}$

Quarto Esercizio Sia data la curva φ che in coordinate polari è espressa dall'equazione $\rho=\sqrt{1-\sin\vartheta}, \quad 0\le\vartheta\le\frac{3}{2}\pi$

1) Discutere la regolarità –regolarità a tratti di φ

Calcolare $\displaystyle\int_{\varphi}\omega$ dove $\omega = dx(y\cos(xy)+2(y-x)+\sin y)+dy(x\cos(xy)-2(y-x)+x\cos y)$

Quinto Esercizio Calcolare il flusso del campo vettoriale $\underline{F}(\underline{x}) = (2y\sin x - 2z\sin x)\underline{i} + (\frac{y^3}{3}z+y^2\cos z-y^2\cos x)\underline{j}+(-y^2z+z^2\cos x-2y\sin z)\underline{k}$ attraverso la superficie RACCHIUSA dal paraboloide $z=\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{4}$, e dai piani $z=1, \quad z=4$

Complementi di Analisi Matematica I – Compito del 1/12/04 (Tarantello)
Compito B

Primo Esercizio Sia data la funzione $\dfrac{2+2i}{z^2+2z(1-i)-4i}$

Scrivere lo sviluppo in serie di Laurent di $f(z)$ nell'intorno delle sue singolarità e stabilire l'insieme di convergenza

Secondo Esercizio Si calcoli l'integrale $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(4(x-2)^2+2)^2}$

Terzo Esercizio 1) Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y^{''}+2y=\delta(t-2) \\ y(0)=0=y'(0) \end{cases}$

2) Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y^{''}+9y=\delta(t-3) \\ y(0)=0, \quad y'(0)=1 \end{cases}$

Quarto Esercizio Sia data la curva φ che in coordinate polari è espressa dall'equazione $\rho = 2\sqrt{1-\sin\vartheta}, \quad 0 \le \vartheta \le \frac{3}{2}\pi$

1) Discutere la regolarità –regolarità a tratti di φ

Calcolare $\displaystyle\int_\varphi \omega$ dove $\omega = dx(-y\sin(xy)-2(y-x)+y\cos x)+dy(-x\sin(xy)+2(y-x)+\sin x)$

Quinto Esercizio Calcolare il flusso del campo vettoriale $\underline{F}(\underline{x}) = (xy^2z+2y\sin x - 2z\sin x)\underline{i} + (2z\sin y - y^2\cos x)\underline{j} + (-2y^2z+z^2\cos x - z^2\cos y)\underline{k}$ attraverso la superficie RACCHIUSA dal paraboloide $z=\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{8}$, e dai piani $z=2, \quad z=4$

Complementi di Analisi Matematica I – Compito del 1/12/04 (Tarantello)
Compito C

Primo Esercizio Sia data la funzione $\dfrac{-2-2i}{z^2+2z(i-1)-4i}$

Scrivere lo sviluppo in serie di Laurent di $f(z)$ nell'intorno delle sue singolarità e stabilire l'insieme di convergenza

Secondo Esercizio Si calcoli l'integrale $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(4(x-3)^2+3)^2}$

Terzo Esercizio 1) Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y^{''}+9y=\delta(t-2) \\ y(0)=0=y'(0) \end{cases}$

2) Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y^{''}+4y=\delta(t-1) \\ y(0)=0, \quad y'(0)=-1 \end{cases}$

Quarto Esercizio Sia data la curva φ che in coordinate polari è espressa dall'equazione $\rho=\sqrt{1-\sin\vartheta}, \quad 0\le\vartheta\le\frac{3}{2}\pi$

1) Discutere la regolarità –regolarità a tratti di φ

Calcolare $\displaystyle\int_\varphi \omega$ dove $\omega=dx(y^2\cos(xy^2)-2y+2x+2x\sin y)+dy(2xy\cos(xy^2)-2y-2x+x^2\cos y)$

Quinto Esercizio Calcolare il flusso del campo vettoriale $\underline{F}(\underline{x})=(x^2\cos y-2z\sin x)\underline{i}+(y^2\cos z-2x\sin y)\underline{j}+(z^2\cos x-2y\sin z+\dfrac{x^2z^2}{2}-2x^2z)\underline{k}$ attraverso la superficie RACCHIUSA dal paraboloide $z=\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}$, e dai piani $z=2, \quad z=4$

Complementi di Analisi Matematica I – Compito del 1/12/04 (Tarantello)
Compito D

Primo Esercizio Sia data la funzione $\dfrac{2-2i}{z^2+2z(i+1)+4i}$

Scrivere lo sviluppo in serie di Laurent di $f(z)$ nell'intorno delle sue singolarità e stabilire l'insieme di convergenza

Secondo Esercizio Si calcoli l'integrale $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(4(x-4)^2+4)^2}$

Terzo Esercizio 1) Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'' + 6y = \delta(t-1) \\ y(0) = 0 = y'(0) \end{cases}$

2) Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'' + 4y = \delta(t-2) \\ y(0) = -1, \quad y'(0) = 0 \end{cases}$

Quarto Esercizio Sia data la curva φ che in coordinate polari è espressa dall'equazione $\rho = 2\sqrt{1-\sin\vartheta}, \quad 0 \le \vartheta \le \frac{3}{2}\pi$

1) Discutere la regolarità –regolarità a tratti di φ

Calcolare $\displaystyle\int_\varphi \omega$ dove $\omega = dx(\frac{y}{1+x^2y^2} + y^2 - 4y + 4x) + dy(\frac{x}{1+x^2y^2} + 4y - 4x + 2xy)$

Quinto Esercizio Calcolare il flusso del campo vettoriale $\underline{F}(\underline{x}) = (2y\sin x - x^2\cos z +)\underline{i} + (y^2\cos z - y^2\cos x + yx^2 z)\underline{j} + (2x\sin z - 2y\sin z - 3zx^2)\underline{k}$ attraverso la superficie RACCHIUSA dal paraboloide $z = \dfrac{x^2}{8} + \dfrac{y^2}{4}$, e dai piani $z = 3, \quad z = 4$